

1.6 Логическо следване и логическа еквивалентност

Задачи към тема „1.6 Логическо следване и логическа еквивалентност“

(1) Определете дали следните схеми за извод са валидни:

$$1) \quad \frac{p \vee q}{q} \\ \hline p$$

$$5) \quad \frac{p \rightarrow q}{\neg p} \\ \hline \neg q$$

$$2) \quad \frac{p \rightarrow q}{\neg q \rightarrow \neg p}$$

$$6) \quad \frac{p \vee \neg q}{\neg q \leftrightarrow \neg p} \\ \hline p \rightarrow \neg q$$

$$3) \quad \frac{p \rightarrow q}{q \rightarrow r} \\ \hline p \rightarrow r$$

$$7) \quad \frac{p \rightarrow (q \rightarrow r)}{(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)}$$

$$4) \quad \frac{p \vee (q \leftrightarrow r)}{(p \vee q) \leftrightarrow (p \vee r)}$$

$$8) \quad \frac{p \rightarrow (q \leftrightarrow r)}{(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \rightarrow r)}$$

(2) Определете дали от а) логически следва б):

1)

а) Ако Иван не е извършил обира, то го е извършил Павел, а Стоян му е помагал.

б) Или не е вярно, че нито Иван, нито Павел са извършили обира, или Стоян не е помагал на Павел.

2)

а) Компанията е виновна, ако и само ако софтуерът е неин и е бил инсталиран преди Януари.

б) Ако софтуерът е на компанията, тогава той е бил инсталиран преди Януари и компанията е виновна. Ако софтуерът не е на компанията, тогава той не е бил инсталиран преди Януари и компанията не е виновна.

3)

а) Корабите са минали или през Южния, или през Северния проток. Ако времето е било хубаво, са минали през Южния проток и не са били нападнати от пирати. Ако са минали през Северния проток, със сигурност са били нападнати от пирати.

б) Ако корабите не са били нападнати от пирати, времето е било хубаво.

4)

а) Ако довечера има вятър, то ако залезът е червен, утре морето ще е бурно.

б) Или ако залезът е червен, утре морето ще е бурно, или ако довечера има вятър, утре морето ще е бурно.

1.6 Логическо следване и логическа еквивалентност

5)

a) Ако Иван е с брада, или няма да го позная, или ако го позная, няма да го поздравя.

b) Или ако поздравя Иван, ще съм го познал, или ако не го поздравя, той ще е с брада.

6)

a) Ако четеш морал на другите и си убеден, че си морален, ти не си морален. Ако си морален, ти не четеш морал на другите и не си убеден, че си морален.

b) Ако не си убеден, че си морален, ти не си морален, ако и само ако четеш морал на другите.

(3) Докажете следните логически еквивалентности:

1) „ $\neg\neg p$ “ \Leftrightarrow „ p “

2) „ $p \rightarrow q$ “ \Leftrightarrow „ $\neg q \rightarrow \neg p$ “

3) „ $\neg(p \wedge q)$ “ \Leftrightarrow „ $\neg p \vee \neg q$ “

4) „ $p \leftrightarrow q$ “ \Leftrightarrow „ $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ “

5) „ $p \vee (q \wedge r)$ “ \Leftrightarrow „ $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$ “

6) „ $p \rightarrow q$ “ \Leftrightarrow „ $\neg(p \wedge \neg q)$ “

7) „ $\neg(p \vee q)$ “ \Leftrightarrow „ $\neg p \wedge \neg q$ “

8) „ $[(p \rightarrow q) \rightarrow p]$ “ \Leftrightarrow „ p “

9) „ $\neg(p \leftrightarrow q)$ “ \Leftrightarrow „ $p \leftrightarrow \neg q$ “

10) „ $p \wedge (q \vee r)$ “ \Leftrightarrow „ $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ “

(4) Определете дали a) и b) са логически еквивалентни:

1)

a) Не е вярно, че ако Мария не се обади на Петър, той ще ѝ се обади.

b) Не е вярно, че ако Петър не се обади на Мария, тя ще му се обади.

2)

a) Ако е вярно, че ако през нощта е идвал вълк, кучетата са лаели, то през нощта не е идвал вълк.

b) През нощта нито е идвал вълк, нито кучетата са лаели.

3)

a) Ако залезът е червен, утре морето ще е бурно, или ако довечера има вятър, утре морето ще е бурно.

b) Ако довечера има вятър, то ако залезът е червен, утре морето ще е бурно.

1.6 Логическо следване и логическа еквивалентност

4)

- a) Ако Иван е виновен, тогава Петър е невинен, а Стоян е излъгал.
- b) Ако Стоян не е излъгал, то Иван не е виновен, а ако Иван е виновен, тогава Петър е невинен.

5)

- a) Кувейт или Саудитска Арабия ще намалят цените на петрола, не обаче и двете заедно.
- b) Кувейт ще намали цените на петрола, ако и само ако Саудитска Арабия не ги намали.

6)

- a) Ако пазачът е застрелял крадеца, то ако го е застрелял без да го предупреди, пазачът е виновен.
- b) Пазачът или е виновен, или е предупредил крадеца, или не го е застрелял.

7)

- a) Ако Иван е взел химикалката на Мария без да ѝ каже, тогава той я е откраднал.
- b) Ако Иван не е откраднал химикалката на Мария, то или не я е взел, или ѝ е казал, че я е взел.

8)

- a) Ако се пресуши блатото и се построи път, след една година благосъстоянието на хората ще се е подобрило и жителите в селището ще са повече.
- b) Ако се пресуши блатото или се построи път, след една година жителите в селището ще са повече. Ако след една година благосъстоянието на хората не се е подобрило, то нито ще е построен път, нито блатото ще е пресушено.

9)

- a) Нито някога съм ти казвал такова нещо, нито някога съм си го помислял, нито някога ще си помисля такова нещо, камо ли пък да ти го кажа.
- b) Нито ако никога не съм ти казвал такова нещо, някога ще ти го кажа, нито ако никога не съм си помислял такова нещо, някога ще си го помисля.