

1.9 Логически преобразувания

Задачи към тема „1.9 Логически преобразувания“

(1) Определете дали изразът е в нормална дизюнктивна форма, в нормална конюнктивна форма, в двете едновременно или в нито една от двете.

1) $s \vee \neg q \vee s \vee \neg r$

6) $\neg q \vee (\neg r \wedge s \wedge p) \vee \neg r$

2) $(\neg p \wedge r) \vee (q \wedge \neg q) \vee s$

7) $q \wedge (r \vee \neg s \vee \neg p) \wedge \neg r$

3) $(r \vee \neg q) \wedge \neg p \wedge (q \vee \neg(r \vee q) \vee \neg s)$

8) $\neg(r \wedge q) \vee (\neg p \wedge q) \vee r$

4) $\neg q \vee \neg(p \wedge q) \vee (\neg r \wedge q)$

9) $(p \wedge \neg q \wedge r) \vee p \vee \neg q \vee r$

5) $\neg r \wedge q \wedge \neg s \wedge r$

10) $(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee \neg(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

(2) Преобразувайте следните формули в нормална дизюнктивна форма и ги опростете доколкото е възможно:

1) $(p \wedge \neg p \wedge q) \vee [q \wedge (q \vee r)] \vee q$

11) $[(r \rightarrow \neg s) \rightarrow r] \wedge \{(r \wedge s) \vee [\neg r \rightarrow \neg(p \rightarrow q)]\}$

2) $\neg q \rightarrow \{\neg p \wedge [q \vee (\neg p \wedge \neg q)]\}$

12) $(p \wedge \neg r \wedge p) \vee \{[(q \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q)] \rightarrow q\}$

3) $\neg[\neg(q \rightarrow r) \vee (r \wedge q)] \vee \neg(p \rightarrow q)$

13) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (r \leftrightarrow q)$

4) $\neg q \rightarrow \{(r \rightarrow q) \rightarrow \neg[\neg r \wedge (\neg q \vee \neg p)]\}$

14) $[p \wedge \neg(s \rightarrow q)] \vee [(p \vee q) \wedge (s \vee p)] \vee (s \wedge \neg q)$

5) $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r)$

15) $[(p \rightarrow q) \rightarrow p] \leftrightarrow \neg p$

6) $(\neg p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow \neg q)$

16) $[(p \rightarrow q) \rightarrow q] \wedge \neg(p \rightarrow \neg q)$

7) $\neg\{[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow (q \wedge \neg r)\} \rightarrow q$

17) $\{\neg[r \vee \neg(s \rightarrow p)] \wedge (s \rightarrow \neg p)\} \rightarrow (r \wedge s)$

8) $[(p \wedge \neg q) \vee \neg p] \rightarrow \neg[(r \vee q) \rightarrow \neg q]$

18) $p \rightarrow [q \leftrightarrow (r \wedge s)]$

9) $s \leftrightarrow (q \wedge r)$

19) $\neg(\neg r \rightarrow \neg\{q \vee \neg[p \vee \neg(q \vee r)]\})$

10) $(p \wedge q) \leftrightarrow (q \rightarrow r)$

20) $p \leftrightarrow (r \leftrightarrow q)$

(3) Проверете чрез логически преобразувания дали следните двойки формули са логически еквивалентни.

1) $\neg(\neg p \rightarrow q)$

6) $p \rightarrow [(p \wedge \neg q) \rightarrow r]$

$\neg(\neg q \rightarrow p)$

$r \vee q \vee \neg p$

2) $(p \rightarrow q) \rightarrow \neg p$

7) $(p \wedge \neg q) \rightarrow r$

$\neg p \wedge \neg q$

$\neg r \rightarrow (\neg p \vee q)$

1.9 Логически преобразувания

$$3) \quad (p \rightarrow q) \vee (r \rightarrow q) \\ r \rightarrow (p \rightarrow q)$$

$$4) \quad p \rightarrow (\neg q \wedge r) \\ (p \rightarrow \neg q) \wedge (p \rightarrow r)$$

$$5) \quad (p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q) \\ p \leftrightarrow \neg q$$

$$8) \quad (p \wedge q) \rightarrow (r \wedge s) \\ [(p \vee q) \rightarrow s] \wedge [\neg r \rightarrow (\neg q \wedge \neg p)]$$

$$9) \quad \neg p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge \neg s \\ \neg(\neg p \rightarrow s) \wedge \neg(\neg q \rightarrow r)$$

(4) Определете с логически преобразувания кои от следните твърдения са логически еквивалентни помежду си и кои не:

- 1) Иван ще се пропие, ако Мария го изостави или го уволнят.
- 2) Иван ще се пропие, ако Мария го изостави, или ще се пропие, ако го уволнят.
- 3) Иван ще се пропие, ако Мария го изостави и го уволнят.
- 4) Иван ще се пропие, ако Мария го изостави, но ще се пропие и ако го уволнят.
- 5) Ако Мария изостави Иван, то ако го уволнят, Иван ще се пропие.

(5) Докажете с логически преобразувания, че следните формули са тавтологии.¹

$$1) \quad \neg(p \vee q) \rightarrow \neg p$$

$$2) \quad (p \rightarrow q) \rightarrow [(r \vee p) \rightarrow (r \vee q)]$$

$$3) \quad [p \vee (q \wedge \neg r)] \rightarrow [(p \vee q) \wedge (r \rightarrow p)]$$

$$4) \quad [(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \rightarrow [(p \vee r) \rightarrow (q \vee s)]$$

$$5) \quad \neg p \rightarrow \neg(p \wedge q)$$

$$6) \quad \neg p \rightarrow [(p \rightarrow q) \vee q]$$

$$7) \quad [p \wedge (q \vee r)] \rightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$$

$$8) \quad [(p \rightarrow q) \vee r] \rightarrow \neg[(p \wedge \neg q) \wedge \neg r]$$

¹ Формулите са същите като тези от задача **(1)** в **1.4** „Доказателство чрез допускане на противното“. Може да сравните двата метода.